

## 8 Циклические коды (продолж.). Нелинейные коды

• *Характеристической функцией* кода  $C$  называется булева функция  $f : E^n \rightarrow \{0, 1\}$  такая, что  $f(x_1, \dots, x_n) = 1$  тогда и только тогда, когда вектор  $(x_1, \dots, x_n)$  принадлежит коду  $C$ . Пусть  $A(n, d)$  обозначает мощность максимального двоичного кода длины  $n$  с расстоянием  $d$ .

---

**8.1** Пусть для передачи информации использовался циклический код длины 7 с порождающим многочленом  $g(x) = x^3 + x + 1$ . Декодировать слово  $y = (1011110)$ .

**8.2** Найти проверочный многочлен циклического кода длины  $n$  с порождающим многочленом  $g(x) = 1 + x$ .

**8.3** Сколько ошибок исправляет и обнаруживает код длины  $n$  с характеристической функцией  $f$ :

- а)  $f(x_1, \dots, x_n) = x_1 \oplus \dots \oplus x_n$ ;
- б)  $f(x_1, \dots, x_n) = x_1 \cdot \dots \cdot x_n \vee \bar{x}_1 \cdot \dots \cdot \bar{x}_n$ ?

**8.4** Сколько существует максимальных  $(n, 2)$ -кодов?

**8.5** Показать, что  $A(3k, 2k)$  равно 4.

**8.6** Существует ли совершенный код длины 147 с кодовым расстоянием 3?

**8.7** Показать, что совершенные двоичные коды с расстоянием 7 существуют только для длин  $n = 7$  и  $n = 23$ .

**8.8** Показать, что

- а)  $A(n, 2r - 1) = A(n + 1, 2r)$ ;
- б)  $A(n, d) \leq 2A(n - 1, d)$ ;

### На Семинаре 9 Контрольная работа.

Повторить все определения, основные утверждения и теоремы по курсу "Теория кодирования", разобрать задачи семинаров 1–8 и домашние задачи. Обратит особое внимание на следующие вопросы:

Порождающие и проверочные матрицы циклического кода. Систематические кодеры. Построение полей Галуа. Неприводимые над  $\text{GF}(p)$  многочлены. Свойства минимальных многочленов элементов поля. Декодирование линейного кода. Построение ортогональных кодов. Построение  $q$ -значных кодов Хэмминга. Границы объемов кодов. Совершенные коды. Связь проверочной и порождающей матриц линейного кода.