

## 4 Способы построения кодов

- Код  $C^\perp = \{y \in E^n \mid x \cdot y = 0 \text{ для всех } x \in C\}$  называется *ортогональным кодом* к линейному коду  $C$  длины  $n$ .
  - Пусть  $C$  и  $D$  — коды с параметрами  $(\frac{n}{2}, M_1, d_1)$  и  $(\frac{n}{2}, M_2, d_2)$  соответственно. Тогда говорят, что код  $C^n = \{(u, u + v) \mid u \in C, v \in D\}$  получен из кодов  $C$  и  $D$  применением *конструкции Плоткина*. Он имеет параметры  $(n, M_1 \cdot M_2, \min\{2d_1, d_2\})$ .
- 

4.1 Показать, что не существует максимальных кодов мощности 3.

4.2 Пусть  $G_1$  и  $G_2$  — порождающие матрицы линейных кодов с параметрами  $[n_1, k_1, d_1]$  и  $[n_2, k_2, d_2]$  соответственно. Найти параметры кода с порождающей матрицей

$$a) \begin{pmatrix} G_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & G_2 \end{pmatrix}; \quad b) (G_1 \ G_2) \text{ при } k_1 = k_2.$$

4.3 Построить расширенный код Хэмминга длины 8 добавлением общей проверки на четность. Доказать, что код имеет расстояние 4, обнаруживает 2 ошибки и исправляет одну ошибку.

4.4 Найти проверочную матрицу кода Хэмминга длины 15, используя проверочную матрицу кода длины 7. Аналогично — для расширенного кода Хэмминга длины 16. Обобщить конструкцию для произвольной длины кода  $n = 2^r - 1$ .

4.5 Определить параметры кода, полученного из  $(n, |C|, d)$ -кода  $C$

- а) *выкалыванием* кодовой координаты;
- б) *выбрасыванием* (выбором всех кодовых слов четного веса);
- в) *укорочением* (выбором всех кодовых слов с фиксированным значением в некоторой координате и последующим ее удалением);

4.6 Пусть  $(n, |C|, d)$ -код  $C$  не содержит вектор  $u$ . Найти параметры кода  $C'$ , полученного из  $C$  *пополнением* с помощью вектора  $u$ , т.е.  $C' = C \cup (u + C)$ . В случае линейного кода  $C$  показать, что  $C'$  также линейен.

4.7 Пусть  $[n, k, d]$ -код  $C$  не содержит вектор  $u$ . Пусть код  $C'$  получен из  $C$  *удлинением* путем добавления информационного символа, т.е. *пополнением* с помощью вектора  $u$ , а затем расширением с помощью общей проверки на четность. Найти параметры кода  $C'$  и доказать его линейность.

4.8 Рассмотрим код Хэмминга  $\mathcal{H}$  длины  $n$  и векторы  $e_0 = \mathbf{0}$ ,  $e_i = (0 \dots 0 \overset{i}{1} 0 \dots 0)$ . Доказать, что справедливо  $E^n = \bigcup_{i=0}^n (\mathcal{H} + e_i)$ .

4.9 Найти код, ортогональный коду Хэмминга длины 7.

4.10 Найти порождающую матрицу расширенного кода Хэмминга длины 16, построенного с помощью конструкции Плоткина. Какие коды для этого нужно использовать?

### Теория к Семинару 5 "Декодирование линейного кода. Коды Васильева".

I. Разбиение куба на смежные классы линейного кода. Лидер смежного класса. Стандартное расположение для кода. Синдром вектора и его свойства. Взаимно однозначное соответствие между синдромами и смежными классами кода. Вероятность ошибки декодирования.

II. Коды Васильева. Конструкция. Параметры и свойства таких кодов. Оценки их числа.